EDUCACIÓN

RURAL

MATEMÁTICA

CICLO BÁSICO-NIVEL SECUNDARIO

CORRIENTES. 2022

GOBIERNO PROVINCIAL

CORRIENTES

Ministerio de Educación

Dirección de Planeamiento e Investigación Educativa

2022 LAS MALVINAS SON ARGENTINAS

Coordinación de Educación Rural

AUTORIDADES PROVINCIALES

DR. GUSTAVO ADOLFO VALDÉS
GOBERNADOR DE CORRIENTES

LIC. PRÁXEDES YTATÍ LÓPEZ
MINISTRA DE EDUCACIÓN

DR. JULIO CÉSAR DE LA CRUZ NAVIAS
SUBSECRETARIO DE GESTIÓN EDUCATIVA

DRA. PABLA MUZZACHIODI
SECRETARIA GENERAL

LIC. JULIO FERNANDO SIMONIT
DIRECTOR DE PLANEAMIENTO
E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

LIC. VIVIAN LIZ AYALA
COORDINADORA DE EDUCACIÓN RURAL

COMISIÓN REDACTORA

Prof. FRANCISCO ESQUIVEL CUBILLA
Prof. EDITH NOEMÍ GOROSTEGUI
Prof. DIEGO VILOTTA

EQUIPO TÉCNICO PEDAGÓGICO

Prof. BÁRBARA ELINA ANTONINI
Prof. LAURA GLADYS AYALA
Lic. ZONIA RAMONA ITATÍ CABRERA
Lic. SILVIA ESTER CANTEROS

DISEÑO & ARMADO:

REINA a CABALLO

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Las escuelas rurales se caracterizan por tener modelos organizacionales propios, que posibilitan la existencia de aulas pluriaño, donde estudiantes de diferentes edades y años de escolaridad, comparten diversidad de situaciones particulares, en un mismo espacio y tiempo.

En todos los casos, al docente se le presenta la exigencia de generar propuestas de enseñanzas diversificadas para los distintos años. Se parte de la situación donde el alumnado conforma un único grupo de aprendizaje, pero con necesidades diferentes y propuestas metodológicas adaptadas para cada nivel. En este caso, las posibilidades pedagógicas de las aulas pluriaño adquieren relevancia, al facultar el uso de estrategias didácticas acordes con un aprendizaje significativo. En este contexto, los docentes deben diseñar planificaciones adecuadas, que permitan a los estudiantes contar con los materiales de trabajo y con ello fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En este documento abordamos contenidos del campo de la Geometría, entendiendo, que puede admitir el tratamiento de un tema común en los distintos años del ciclo básico, con variaciones y/o ampliaciones según lo previsto en el Diseño Curricular de la provincia de Corrientes y en los NAP. En este sentido tomamos una de las relaciones fundamentales que plantea el Diseño Curricular para el ciclo básico en el área de Matemática: “La Geometría y la Medida”, en particular, los contenidos por año que se detallan a continuación:

1er AÑO	2do AÑO	3er AÑO
Construcción de figuras a partir de informaciones (propiedades y medidas) utilizando compás, regla, transportador y escuadra, explicitando los procedimientos empleados y evaluando la adecuación de la figura obtenida. **Proponer situaciones problemáticas que requieran:** Estudiar las propiedades de las figuras (triángulos, ...) .... para caracterizarlas y clasificarlas. Explorar y argumentar acerca del conjunto de condiciones (sobre lados, ángulos, ...) que permiten construir una figura (triángulos, ...) **Conjeturar y argumentar acerca de la propiedad triangular.**	Congruencia de triángulos. **Proponer situaciones problemáticas que requieran:** Construir triángulos que posibiliten la exploración de condiciones necesarias y suficientes para alcanzar dicho objetivo.	Congruencia de triángulos. Establecer semejanza de figuras: Condición necesaria y suficiente. Construir figuras semejantes a partir de diferentes informaciones e identificar las condiciones necesarias y suficientes de semejanza entre triángulos.

CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS. CRITERIOS DE CONGRUENCIA.

Sin duda alguna, dentro de la geometría, existen numerosas figuras que merecen ser estudiadas y comprendidas en toda su dimensión, no sólo por su utilidad para la vida en sociedad, en tanto que permiten la resolución de numerosos problemas como los de medición y construcción, sino también, por el alto valor formativo que su estudio propicia. El **triángulo** es una de ellas. Sus características - a diferencia de otros polígonos (como el hecho de ser indeformable, al mismo tiempo que es posible definirlo unívocamente a partir de sus lados) lo hacen especialmente importante en problemas de contexto extra e intramatemáticos.

Considerando que estas figuras se pueden presentar en diversas formas (lados y ángulos de distintas dimensiones) y tamaños, en ciertos problemas, muchas veces resulta necesario determinar cuándo dos triángulos son iguales o, dado uno, construir otro igual. Es en el marco de estos dos tipos de problemas, donde cobran importancia los criterios de congruencia que se estudian en la escuela. En este sentido, diremos que los criterios de congruencia permiten establecer reglas o normas para determinar en qué condiciones dos figuras, en este caso dos triángulos, son iguales o cuáles serían los datos mínimos necesarios de un determinado triángulo que se debería conocer, con el objetivo de construir otro de igual tamaño y forma. Cuando se habla de igualdad, estamos haciendo referencia a que las figuras coinciden en forma y tamaño.

Precisamente en este documento se presenta una propuesta de trabajo en relación con este tema y que son factibles de tratarlas en contexto de plurigrado tal como se verá.

Las actividades están dirigidas a la **construcción de triángulos** a partir de diferentes datos que, a su vez, pondrán en juego las relaciones entre los lados, ángulos, y lados y ángulos de triángulos, como así también, permitirán la elaboración de criterios para decidir en qué condiciones dos triángulos son congruentes. La modalidad de trabajo dentro del aula será en grupos integrados por estudiantes de diferentes edades con conocimientos comunes.

En primer término, el trabajo con los alumnos gira en torno a las **condiciones de existencia y unicidad de un triángulo**. Como se sabe, dada la medida de dos lados de un triángulo es posible construir infinitos, pero, si se requiere la construcción de un único triángulo es necesario aportar un dato más que, en este caso, puede ser el tercer lado o el ángulo comprendido entre esos lados. Otra discusión importante es el rol de la posición en la definición de un único triángulo. Así también, se espera analizar otras cuestiones como la desigualdad triangular y clasificación según sus lados y ángulos.

Para formalizar los **criterios de congruencia de triángulos** es necesario identificar los datos a partir de los cuales se puede construir un triángulo igual a otro, esto implicaría saber que: dados dos triángulos, no es necesario determinar la igualdad de todas las partes, sino que, es suficiente conocer sólo algunos datos para asegurar la igualdad entre ambos. En este punto, se propone una actividad grupal que permitirá retomar los conocimientos adquiridos por los alumnos, luego de realizar las actividades, a partir de un juego de adivinanzas que consiste en reproducir un triángulo, a partir de cierta información y que luego, permitirá la formulación de los criterios de congruencia de triángulos.

En relación con los contenidos que figuran en los NAP, se abordará principalmente los siguientes:

- Construcción de figuras (circunferencias y triángulos) dada cierta información, utilizando diferentes instrumentos de medición.
- Analizar condiciones necesarias y suficientes para determinar bajo qué circunstancias dos triángulos son congruentes.

PROPUESTA DE TRABAJO

Objetivo general de la propuesta

Se espera que los alumnos puedan identificar y construir triángulos a partir de diferentes datos y, a su vez, elaborar criterios para decidir bajo qué condiciones dos triángulos son congruentes.

Organización de la clase y selección de contenidos

Es el docente quien podrá decidir cómo realizar las agrupaciones en función de los objetivos de la clase y de lo que se pretende que aprendan los alumnos, recordemos que es él quien tiene el conocimiento sobre las realidades de sus estudiantes y del potencial de cada uno.

En relación con la selección de contenidos, es recomendable **pensar en contenidos que se constituyan en función de los saberes de los alumnos, relativos a un tema, más que en función del año que cursan,** como se recomienda en Hisse, M. y Záttera, O. (2005).

Por lo expuesto se sugiere organizar la clase de manera tal que prime el trabajo colaborativo, donde los alumnos puedan interactuar entre sí y aprender del otro, donde puedan poner en discusión sus producciones y validarlas, y que la actividad matemática, en este caso, permita la construcción de significados sobre el contenido que se pretende enseñar.

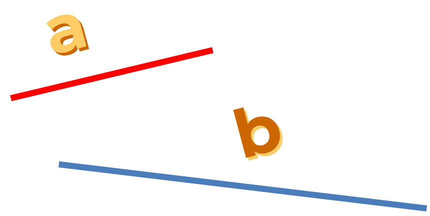
Secuencia de actividades

Las actividades 1, 2 y 3 sobre el tema “Existencia y Unicidad de triángulos” está dirigida a todos los estudiantes de este ciclo de una misma aula (primero, segundo y tercer año). Es importante que todos participen de una primera propuesta de construcción de triángulos independientemente del año al que pertenezca cada uno. Para los estudiantes de primer año se trata de un tema totalmente nuevo, sin embargo, para los de segundo y tercero es posible que el trabajo alrededor de estas actividades se constituya en una actualización de lo trabajado en años anteriores, para luego continuar con los temas específicos de sus respectivos años pero que guardan relación con este tema.

EXISTENCIA Y UNICIDAD DE TRIÁNGULOS

- Construcciones de triángulos a partir de lados.

Actividad 1
Si es posible, construí en tu carpeta un triángulo que tenga un lado igual al segmento a y otro igual al segmento b, podes utilizar solamente la regla no graduada y el compás.



a) ¿Se puede construir un único triángulo o más de uno?

b) Si se puede construir más de uno, ¿cuántos triángulos diferentes pueden construirse?

Nota. Actividad extraída y modificada de Sessa, C. (2015). *Hacer Matemática 7/1*. Pag. 12.

PUESTA EN PRÁCTICA DE LA ACTIVIDAD 1 EN CLASE

Objetivo de la actividad

- Determinar que, dadas las medidas de dos longitudes, es posible construir infinitos triángulos a partir de ellas.

Duración aproximada de implementación de la actividad 1: **15 minutos.**

ANÁLISIS DIDÁCTICO SOBRE ACTIVIDAD 1

Para esta actividad es esperable que se presenten algunos inconvenientes para los alumnos a la hora de realizar la construcción, considerando que la definición de triángulo hace alusión a un polígono de tres lados. Es de esperarse entonces, que los estudiantes manifiesten que no es posible construir el triángulo por falta de información, en este caso, el de un lado. El docente podrá intervenir aclarando que ellos pueden elegir el dato faltante.

En esta situación, se puede considerar como variable del problema al lado faltante o al ángulo comprendido entre los segmentos. La elección de los alumnos, para poder construir el triángulo, se puede dar sobre cualquiera de estas dos variables: amplitud del ángulo o longitud del lado. Para la construcción, podrán emplear diferentes estrategias, por ejemplo: tomar las medidas con el compás y trasladarlas, manteniendo “más o menos” la inclinación de los segmentos luego, hacer coincidir los extremos y graficar el tercer lado. Por otra parte, podrían también recurrir a una circunferencia para realizar la construcción, procedimiento que, para este caso, podría no ser necesario. Es importante destacar que, la actividad propone utilizar una regla no graduada lo que obligaría, en cierta medida, a recurrir al compás para tomar las medidas y trasladarlas.

Bajo las condiciones del problema, y mediante alguna intervención del docente, seguramente los alumnos manifestarán que sí es posible construir un triángulo con los datos del problema y que se puede construir más de uno inclusive y ésto lo podrán verificar comparando sus producciones con la de sus compañeros de equipo, hacerlo, por ejemplo, superponiendo las figuras y observando a contraluz para verificar si son congruentes los triángulos construidos o no. En este punto, se considera fundamental la intervención del profesor dado que es probable que los alumnos den por concluida la actividad cuando encuentren un primer triángulo. La tarea del docente será la de alentarlos hacia el análisis de otras posibilidades de solución considerando que, en las condiciones dadas, son infinitos los triángulos que se pueden construir.

La pregunta por la posibilidad de construcción de más de un triángulo es una invitación al análisis de otras construcciones. Dependiendo de lo que suceda se puede incluso sugerir a los estudiantes la construcción de otro triángulo diferente al que encontraron del siguiente modo:

Intervención del profesor: Con los lados a y b ¿Es posible construir un triángulo diferente al que encontraron?

Sobre este interrogante se espera que los estudiantes respondan que se pueden construir varios triángulos.

En caso de que dos o más alumnos hayan realizado una misma construcción, ya que podría darse el caso al considerar la misma amplitud del ángulo o la misma medida para el tercer lado, el docente podrá intervenir preguntando si se puede realizar otra construcción diferente a esa.

Para tratar la pregunta, si se puede construir un triángulo diferente y cuantos más, el docente podría recurrir a la siguiente gráfica, haciendo uso de la idea de circunferencia como lugar geométrico donde, se muestra fijo uno de los segmentos (a) y el otro (b) actúa como radio de una circunferencia que puede tomar varias posiciones.

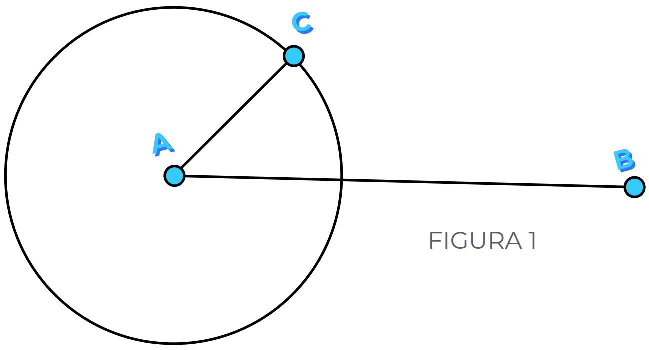


FIGURA 1

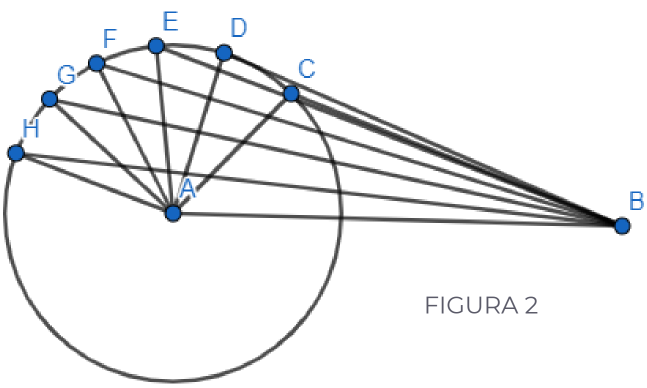


FIGURA 2

Como se observa, al trazar el segmento AB (lado a), quedan determinados dos de los vértices del triángulo (extremos en A y en B). En este sentido, el docente podrá plantear a los alumnos sobre la ubicación del tercer vértice que, como se puede observar, corresponden a los puntos de una circunferencia. A partir de este recurso, es posible tratar también la idea de infinito, en relación a la cantidad de triángulos que se pueden construir, teniendo presente que una circunferencia está formada por infinitos puntos, entonces se pueden construir infinitos triángulos.

Sería interesante considerar aquí también, la posibilidad de referirse a los casos en los cuales no es posible construir el triángulo. En este punto, es importante remarcar que se pueden dar dos situaciones y que se corresponden a los casos en los que el ángulo comprendido entre los segmentos a y b toma una amplitud de 0° o de 180°.

En un apartado y, contemplando la infinidad de triángulos que se pueden tener con los datos del problema, el docente podrá tratar también clasificación de triángulos según sus lados y ángulos.

En relación a los lados, es esperable que surjan construcciones de triángulos como los isósceles o los escalenos. En esta situación, se puede ver fácilmente que no será posible construir un triángulo equilátero, considerando que los lados cedidos como datos en el problema, son diferentes y deben ser incluidos ambos en la construcción.

Con respecto a los ángulos, seguramente se podrán ver triángulos rectángulos o acutángulos, mayoritariamente. De ser así, sería conveniente que el docente intervenga para que los alumnos vean, si es existe la posibilidad también, de construir triángulos obtusángulos.

Para los alumnos de Segundo y Tercer año se puede ampliar el tema en cuestión proponiendo preguntas que relacionen lados del triángulo y ángulos; en cuanto a si es posible construir y luego hablar de las características que tendrán los distintos triángulos, en función de los nombres que se les asignen. Por ejemplo, el docente podría realizar preguntas como las siguientes:

Con los segmentos a y b:
¿Se puede construir un triángulo rectángulo isósceles**?**
¿Se puede construir un triángulo rectángulo y que sea equilátero**?**
¿Se puede construir un triángulo isósceles que no sea acutángulo**?**
¿Se puede construir un triángulo obtusángulo escaleno**?**
¿Se puede construir un triángulo acutángulo escaleno**?**

Seguidamente:
¿Qué características tendría un triángulo rectángulo isósceles**?**
¿Qué características tendría un triángulo obtusángulo isósceles**?**
¿Qué características tendría un triángulo acutángulo equilátero**?**

Como conclusión de esta actividad y atendiendo a la pregunta planteada en el problema, el docente puede institucionalizar que: dados dos segmentos, se pueden construir infinitos triángulos con ellos, lo cual deberá quedar registrado en las carpetas.

CONTINUAMOS TRABAJANDO

Una posibilidad para continuar con el trabajo con los estudiantes de los tres años (1°, 2° y 3°) podría darse a partir de la siguiente consigna:

Anteriormente, habíamos visto que, dados dos lados se pueden construir infinitos triángulos con ellos. En grupo, les proponemos ahora analizar sobre qué información deberían agregar o quitar como dato en el problema 1, para que se pueda construir un triángulo y, además, que este sea único.

Al dar inicio a la actividad desde esta perspectiva, donde se dé a los alumnos la posibilidad de investigar, conjeturar y decidir sobre los datos que deben incluir o quitar en el problema para que se pueda construir un triángulo y que además este sea único, es probable que se presenten tres casos:

1) Una primera, y la que se puede considerar más probable de que ocurra, es que los alumnos manifiesten que para poder construir un solo triángulo es necesario agregar como dato al problema, un tercer lado. Sobre esta condición, se podrá discutir luego si es posible construir siempre un triángulo dados tres lados.

2) Por otra parte, puede suceder que argumenten que para construir un único triángulo es necesario definir la amplitud del ángulo comprendido entre los dos lados.

3) Finalmente, puede darse que los alumnos digan que también es posible construir un único triángulo conociendo un lado y los ángulos adyacentes al mismo. A esta posibilidad la consideremos más remota, puesto que no tendrán recursos que les permitan dar cuenta de este caso, a diferencia de los dos anteriores que pueden ser tratados y vistos con mayor facilidad a partir de la figura 1 y 2.

Aclaramos que, con esta primera consigna, se intentará promover una discusión colectiva y a su vez, introducir al alumno en contexto permitiéndole, además, dar cuenta de que tratarán las siguientes actividades. Es preciso entonces, que empiecen a pensar en la situación y en las posibles respuestas.

Es importante considerar y tratar estas tres posibilidades en la clase ya que luego serán el punta pie para la elaboración de los criterios de congruencia que es el tema a considerar en esta planificación pero además, también es importante organizar la clase, por eso y en caso de que surjan más de una de estas ideas a la vez, durante el debate colectivo, el docente podrá retomarlas de a una y empezar el trabajo con la que considere más oportuna acorde a como haya secuenciado o planificado las actividades.

Actividad 2
Primer caso: construcción de un triángulo dados tres lados.

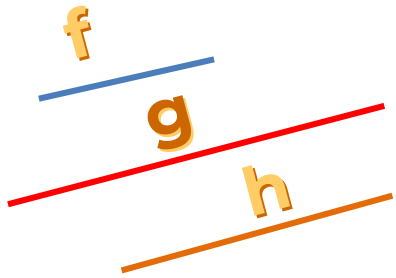
Empezamos el trabajo con este primer caso dado que, anteriormente, los alumnos ya han trabajado construcciones de triángulos dados dos lados.

Luego de un debate colectivo sobre si es posible construir un triángulo dado tres lados, el docente podría preguntar a los alumnos, si dada tres longitudes cualesquiera, es posible siempre construir un triángulo. El objetivo es embarcar a los alumnos en la búsqueda de tres longitudes y analizar si, a partir de ellas, es posible realizar la construcción. En la elección de las medidas, es posible que busquen aquellas con las cuales siempre se puede construir un triángulo, por este motivo, el docente podría intervenir proponiendo casos en los que no se pueda construir.

Otra opción podría ser presentar la siguiente actividad a modo de propuesta.

Intervención del docente:
Ustedes han dicho que con tres longitudes se puede construir un triángulo. Para analizar si es verdad o no lo que acaban de decir; les propongo, en grupos de 3 integrantes, realizar la siguiente actividad:

Construí, en tu carpeta, si es posible, un triángulo cuyos lados sean iguales a los segmentos f, g y h. Sólo podés usar regla no graduada y el compás.



a) En caso de que hayas podido construir un triángulo con estos datos: ¿es posible construir otro distinto? Si te parece posible, construílo y compáralo con el anterior.

Nota. Actividad extraída y modificada de Sessa, C. (2015). *Hacer Matemática 7/1*. Pag. 14.

PUESTA EN PRÁCTICA DE LA ACTIVIDAD 2 EN CLASE

Objetivos de la actividad

- Dadas tres longitudes cualesquiera, determinar las condiciones de existencia de un triángulo.

Duración aproximada de implementación de la actividad 2: **15 minutos.**

ANÁLISIS DIDÁCTICO SOBRE LA ACTIVIDAD 2

Para esta actividad se espera que los alumnos realicen la construcción y argumenten que sí es posible construir el triángulo y que además es único. En este sentido es importante recordar la pregunta que se plantea en el problema. Tal vez, en el afán de demostrar lo contrario, algunos intenten realizar otras construcciones cambiando la base del triángulo, situación que llevará a la construcción de una misma figura pero en una posición diferente (por rotación o simetría). Al comparar con las de sus compañeros de trabajo, podrán notar que siempre se obtiene el mismo triángulo y que esto es independiente del segmento que escojan como base; esto puede ser validado si superponen las figuras donde, los ángulos y lados del triángulo coincidirán en su totalidad, siempre y cuando la construcción esté bien realizada.

En relación a las estrategias, los alumnos podrían tomar como base uno de los segmentos dados, podría ser cualquiera de los tres, o bien ,podría ser alguno sugerido por el docente, luego utilizar el compás para trazar circunferencias de radio igual a las medidas de los lados restantes, en cada uno de los extremos del segmento tomado como base; otros tal vez, recurran al compás para tomar medidas y trasladar las longitudes y tratar de hacerlas coincidir, procedimiento que puede no ser exacto en muchos casos, no obstante es un recurso válido.

Con esta actividad, posiblemente los alumnos se mentalicen que dado tres segmentos siempre es posible construir un triángulo, para romper con esta idea el docente podría proponer un caso donde no se pueda construir y analizar con los alumnos bajo qué condiciones es posible o no la construcción, apuntando a la desigualdad triangular.

En relación a este punto, en un apartado, se pueden proponer actividades donde los alumnos deban encontrar longitudes que permitan construir un triángulo y longitudes que no. También, el docente podría propo ner las longitudes y que sean los alumnos quienes decidan en qué casos se puede o no construir. El objetivo de estas actividades, es la de poder definir o generalizar criterios que permitan establecer las condiciones que deben cumplir los lados de un triángulo para que sea posible la construcción.

Actividad 3: para profundizar sobre lo aprendido

1) Dadas las siguientes medidas en cm decidí, utilizando regla y compás, en qué casos es posible construir un triángulo y en cuál no. En los casos que no sea pueda, explica por qué no es posible la construcción:

a) 3; 4,2; 5

b) 2; 2; 3

c) 7; 5; 1,5

d) 6; 8; 3

2) En grupos, propongan longitudes de lados con las cuales se pueda construir un triángulo y otras con las que no. Por lo menos dos ejemplos de cada caso.

3) Describe las condiciones para que tres longitudes puedan ser los lados de un triángulo.

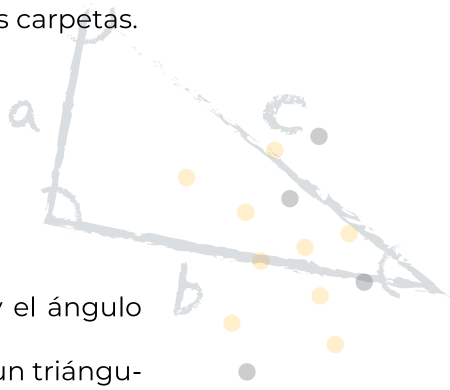
De esta actividad, deberá quedar registrada en la carpeta la siguiente conclusión:

Para que se pueda construir un triángulo se tiene que cumplir que: la longitud del lado mayor, debe ser mayor, valga la redundancia, a la suma de las longitudes de los lados restantes. En general, se puede afirmar, que el triángulo se puede construir si cada lado es menor que la suma de los dos restantes.

Luego de estas actividades y volviendo a la pregunta del problema de si es posible construir un único triángulo dado tres longitudes, el docente deberá institucionalizar, a partir del trabajo de los alumnos y de las ideas surgidas en la clase, que: **si se conocen tres lados se puede construir un único triángulo**. Esto deberá quedar registrado en las carpetas.

SOLO 2do año y 3er año

b) Construcción de triángulos a partir de lados y ángulos.



Actividad 4

Segundo caso: construcción de triángulo dados dos lados y el ángulo comprendido.

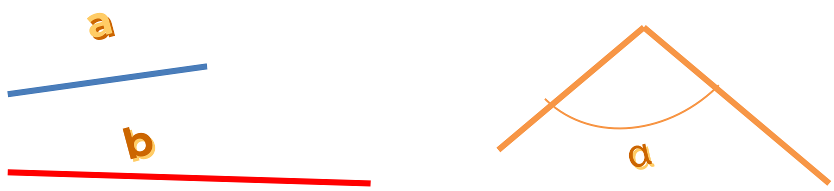
En esta actividad, se buscará relacionar lados y ángulos de un triángulo. Como en el problema anterior, se podría dar a los alumnos la posibilidad de que ellos decidan, por ejemplo, la amplitud del ángulo comprendido entre los segmentos y analizar si a partir de este dato, se puede o no construir el triángulo y si además, es único. No perdamos de vista que primero se intenta ver si es posible construir y luego analizar la unicidad de la construcción.

Siempre que la idea se ha hecho presente en el debate colectivo, el docente podrá plantear la siguiente consigna:

Ustedes dijeron que, para construir un único triángulo, teniendo dos lados, era suficiente agregar como dato en el problema 1 el ángulo comprendido entre estos. Analicen, con sus compañeros de equipo si es verdad o no la afirmación. La amplitud del ángulo la pueden elegir entre ustedes. Construyan cada uno el triángulo y luego comparen si se trata o no de la misma figura. Para comparar, pueden superponer los triángulos.

Otra alternativa, es proponer a los alumnos la siguiente actividad:

Si es posible, construí en tu carpeta un triángulo que tenga un lado igual al segmento a, otro lado igual al segmento b y al ángulo α. Sólo podés usar la regla no graduada y compás o el transportador.



a) En caso de que hayas podido construir un triángulo con estos datos: ¿es posible construir otro distinto? Si te parece posible, construílo y compáralo con el anterior.

PUESTA EN PRÁCTICA DE LA ACTIVIDAD 4 EN CLASE

Objetivo de la actividad

- Indagar sobre la cantidad posible de triángulos que pueden construirse a partir de dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

Duración aproximada de implementación de la actividad 4: **15 minutos.**

ANÁLISIS DIDÁCTICO SOBRE LA ACTIVIDAD 4

Para esta actividad, los alumnos podrían tomar como base para la construcción del triángulo cualquiera de los dos lados brindados como datos luego, tomar la amplitud del ángulo con el transportador o compás y trasladarlo sobre uno de los extremos del segmento tomado como base. El paso siguiente, sería trasladar la medida del otro lado sobre el extremo correspondiente, donde se halla reposado el ángulo, acomodándolo según la amplitud del mismo. Para finalizar, se traza el lado faltante.

Al comparar las producciones, seguramente los estudiantes dirán que sí es posible construir un triángulo y que además es único. Esto podrán validarlo superponiendo la figura con la realizada por su compañero de equipo o simplemente comparando la medida del tercer lado, puesto que ya han concluido que si se conocen tres lados, se puede construir un único triángulo y dado que, dos lados ya son conocidos, sólo bastará comparar el tercero. Es importante siempre, que previo a estas conclusiones, el docente retome las preguntas planteadas en el problema.

De este trabajo, el docente podría institucionalizar que: a partir de dos lados y el ángulo comprendido entre ellos, se puede construir un único triángulo.

Actividad 5

Tercer caso: construcción de triángulo dados dos ángulos y un lado.

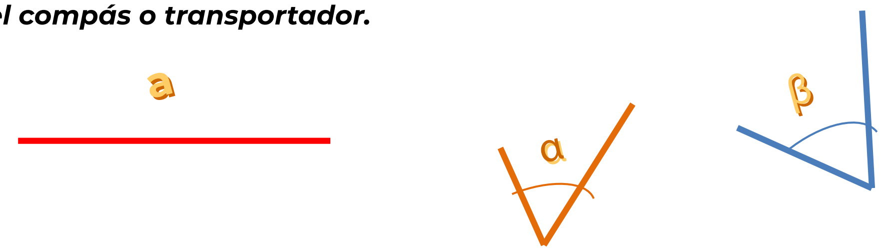
Al igual que en la actividad anterior, se puede proponer a los alumnos decidir sobre los datos que deben incluir o quitar en el problema 1 para que se pueda construir un único triángulo. En esta ocasión y, en caso de que la idea haya surgido en la clase luego del debate colectivo, el docente podrá presentar la situación a partir de la siguiente consigna:

Ustedes dijeron que para construir un único triángulo debían quitar como dato en el problema 1, uno de los lados e incluir dos ángulos. Analicen, con sus compañeros de equipo si es verdad o no la afirmación. La amplitud de los ángulos la pueden elegir entre ustedes al igual que la longitud del lado. Construyan cada uno el triángulo y luego comparen si se trata o no de la misma figura. Para comparar, pueden superponer los triángulos.

Volvemos a remarcar que consideremos como una posibilidad remota que aparezca en la clase esta idea, pero no la descartamos.

En caso de que no se haya hecho presente esta idea en la clase, la actividad se podría presentar de esta manera:

Construí, si es posible, en tu carpeta un triángulo con un lado igual al segmento a y los ángulos* α *y* β*. Sólo podés usar regla no graduada y el compás o transportador.



a) En caso de que hayas podido construir un triángulo con estos datos: ¿es posible construir otro distinto? Si te parece posible, construílo y compáralo con el anterior.

PUESTA EN PRÁCTICA DE LA ACTIVIDAD 5 EN CLASE

Objetivo de la actividad

- Indagar sobre la cantidad posible de triángulos que pueden construirse a partir de un lado y dos ángulos.

Duración aproximada de implementación de la actividad 5: **15 minutos.**

ANÁLISIS DIDÁCTICO SOBRE LA ACTIVIDAD 5

Para la construcción, seguramente los alumnos tomarán como base del triángulo al lado brindado como dato, luego intentarán trasladar los ángulos sobre cada uno de los extremos del lado quedando determinado así, dos ángulos adyacentes al mismo. Cabe aclarar que las amplitudes de los ángulos pueden ser tomadas con el transportador o el compás.

Para finalizar la tarea, basta con extender las semirrectas de los lados que forman los ángulos hasta intersectarlas. En este punto, se puede consultar sobre si es posible o no construir el triángulo.

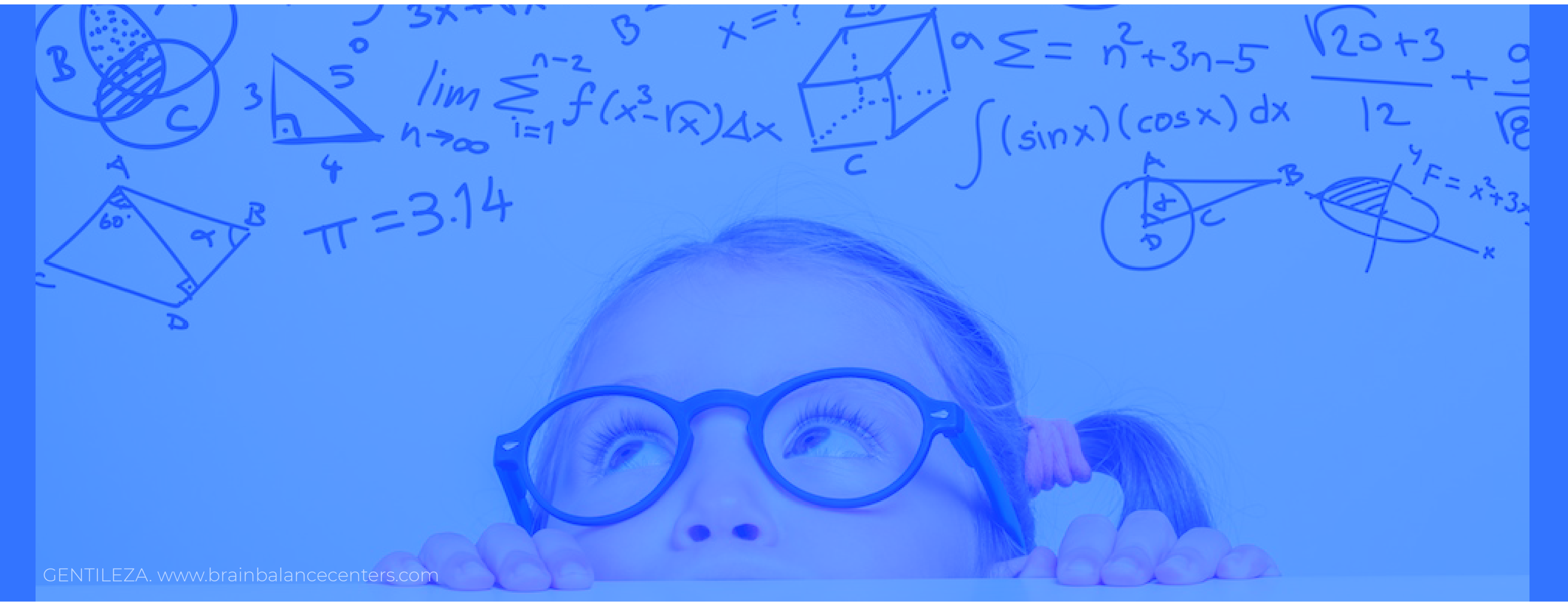
El docente luego, podría consultar sobre las condiciones que deben cumplir los ángulos interiores de un triángulo para que se pueda realizar la construcción. Ante la consulta, se espera que los alumnos recuerden que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo suman siempre 180° y sobre esta afirmación, podría intervenir preguntando qué debería pasar entonces para que esta construcción se pueda llevar a cabo, a lo que los alumnos deberían responder que, para poder realizarla, la suma de los ángulos adyacentes debe ser menor a 180°.

Luego se podría discutir sobre la unicidad de la construcción, concluyendo que se puede construir un único triángulo a partir de los datos del problema.

Es interesante remarcar, que previa a esta actividad, se podría tratar construcciones de triángulos dados dos ángulos y luego tres, lo que llevará seguramente a concluir que se pueden construir muchos. Esto permitirá trabajar previamente la idea de que los ángulos interiores de cualquier triángulo suman 180° y también se podrán proponer actividades donde se presentan las amplitudes de tres ángulos y analizar si a partir de estas, se puede o no construir el triángulo como así también, que sean los alumnos quienes realicen la búsqueda de amplitudes de ángulos que verifiquen la propiedad.

Como **conclusión** de esta actividad, se debe registrar que: **a partir de un lado y los ángulos adyacentes al mismo, se puede construir un único triángulo**.

TRABAJO DE REFLEXIÓN Y CIERRE



GENTILEZA. www.brainbalancecenters.com

Finalizada las actividades, se debe destinar un momento para reflexionar acerca de lo trabajado en la clase. El docente podría proponer, en esta oportunidad, un trabajo con todo el grupo para reorganizar y sistematizar toda la información y las conclusiones obtenidas hasta el momento.

Las ideas retomadas, serán luego la punta pie para la elaboración de los criterios de congruencia.

Se podría consultar al grupo de alumnos entonces, de acuerdo con el trabajo realizado hasta el momento, sobre cuándo es posible construir un único triángulo.

Es posible construir un único triángulo cuando:

- Se conocen tres lados.
- Se conocen un lado y los ángulos adyacentes al mismo y, siempre que estos sumen menos de 180°
- Se conocen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

A partir de esta información, se podrá luego elaborar los criterios de congruencia para decidir cuándo dos triángulos son iguales.

También, se podría proponer una tabla como la siguiente para sistematizar la información:

Datos para construir un triángulo	¿Se puede construir un único triángulo?
Tres lados	
Dos lados	
Un lado y los ángulos adyacentes al mismo	
Dos ángulos	
Tres ángulos	
Dos lados y el ángulo comprendido entre ellos	

Como actividad de cierre para esta parte, se podría proponer la siguiente actividad:

1) Marca la opción que te parezca correcta:

	SE PUEDE CONSTRUIR		
DATOS	UN ÚNICO TRIÁNGULO	VARIOS TRIÁNGULOS	NINGÚN TRIÁNGULO
$\underline{A\ B}\quad 4c\,m\ \ \hat{A} = 35°,$ $\hat{B} = 48°$			
$\hat{A} = 50°, \hat{B} = 30°, \hat{C}$ $= 120°$			
$\underline{A\ B}\quad 5c\,m\,\underline{A\ C}$ $3{,}5c\,m\,\hat{A} = 40°$			
$\underline{A\ B}\quad 3\,c\,m\,\underline{B\ C}$ $2{,}5c\,m\,\underline{C\ A}\quad 5c\,m$			
$\hat{A} = 110°, \hat{B} = 25°, \hat{C}$ $= 45°$			
$\underline{A\ B}\quad 5{,}3c\,m\,\underline{B\ C}$ $7c\,m\,\underline{C\ A}\quad 10c\,m$			

SOLO 2do año y 3er año

ELABORACIÓN DE CRITERIOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS
Actividad 6: Adivinando triángulos

PUESTA EN PRÁCTICA DE LA ACTIVIDAD 6 EN CLASE

Objetivos de la actividad

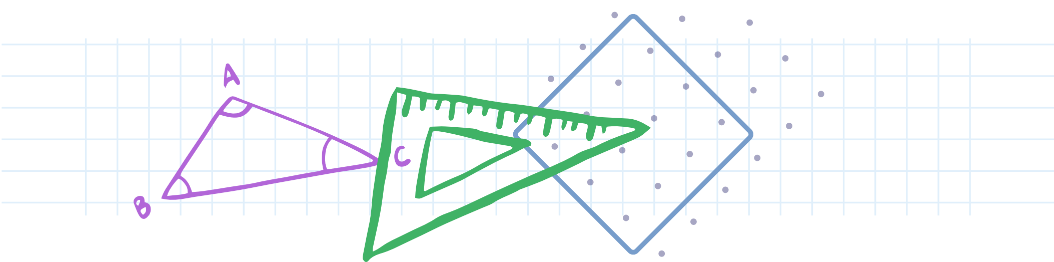
- Determinar bajo qué condiciones es posible reconstruir un triángulo igual a otro.
- Formular criterios de congruencia de triángulos.

Duración aproximada de implementación de la actividad: **30 minutos.**

ORGANIZACIÓN DE LA CLASE E INSTRUCCIONES DEL JUEGO.

En esta actividad, se presenta una plantilla con una variedad de triángulos. El trabajo puede ser realizado integrando los distintos años es decir, que los grupos podrán estar constituidos por alumnos de 1°, 2° y 3° año.

Considerando que la cantidad de alumnos no suele ser elevada, sería conveniente organizar la clase en dos grupos. Cada uno recibirá una hoja con la variedad de triángulos y deberá elegir uno del montón, el grupo restante hará lo mismo, luego deberán intercambiar información para adivinar que triángulo fue elegido por cada grupo.



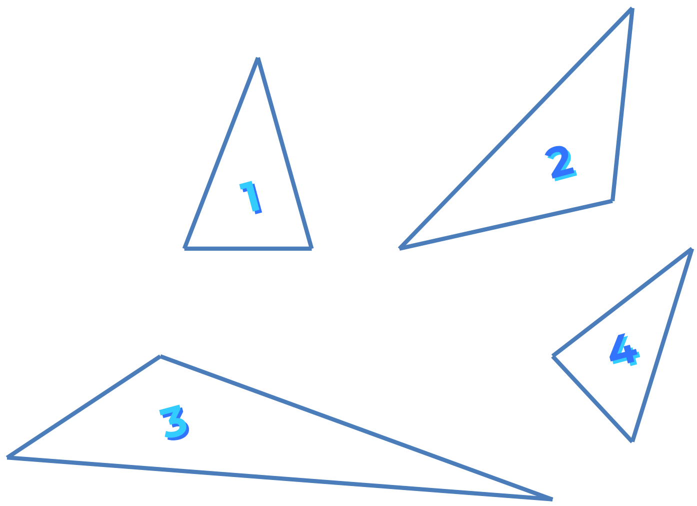


FIGURA 3

Una vez escogida la figura, cada grupo deberá solicitar información por escrito para poder identificar el triángulo elegido por el otro. La información deberá ser la mínima y será elaborada en función de lo trabajado en las actividades anteriores es decir, por ejemplo: dando las medidas de los tres lados, medidas de dos lados y amplitud del ángulo comprendido entre ellos, medidas de un lado y amplitud de los ángulos adyacentes a este. En caso de que no haya sido tratado antes, puede suceder que también los alumnos brinden como información la amplitud de los tres ángulos o de dos únicamente, de ser así, sería conveniente poner en discusión de si es posible o no construir un triángulo que coincida con alguno de los que se encuentran en la plantilla.

Se dará un tiempo considerable para la elaboración de la información, luego del intercambio, otro tiempo para que los alumnos puedan construir. Para determinar cuál es el triángulo asociado al obtenido en la construcción, podrán superponer la figura con cada uno de los que se encuentran en la plantilla y ver a contra luz con cual coincide, luego deberán expresar en voz alta el número asociado a la figura para que el otro grupo corrobore si se trata del triángulo que eligieron, el grupo que haya brindado la información correcta será el ganador.

Es esperable que los grupos emitan como información, en una primera instancia, las longitudes de los lados del triángulo, si esto sucediera, en una próxima partida, el docente podrá restringir el juego solicitando que se incorporen además, otros datos como las amplitudes de ángulos.

A partir de todo este trabajo, se podrá poner en discusión con el grupo sobre cuáles son las condiciones que permiten reconstruir un triángulo igual a otro.

Se podrá concluir entonces que, para ello basta conocer:

- Los tres lados.
- Un lado y los ángulos adyacentes.
- Dos lados y el ángulo comprendido entre ellos.

A partir de estas ideas, el docente podrá reformular y presentar los criterios de congruencia de la siguiente manera:

Entonces, para que dos triángulos sean congruentes es suficiente que tengan:

- Los tres lados iguales.
- Un lado igual y los ángulos adyacentes a él también iguales.
- Dos lados iguales y el ángulo comprendido entre ellos también igual.

Y deberá remarcar que estas tres condiciones establecidas reciben el nombre de criterios de congruencia de triángulos.

SOLO 3er año
SEMEJANZA DE TRIANGULOS
Tomando como base lo discutido hasta aquí se puede introducir este tema que es específico de 3er año con preguntas como las siguientes:
Confeccionen un triángulo con las siguientes longitudes: 3cm, 4cm y 5 cm.

a) Multipliquen cada una de las longitudes por 1,2 y construyan un nuevo triángulo con ellas. ¿Qué sucede con los ángulos del nuevo triángulo? ¿Se mantienen iguales a los del primer triángulo?

b) Si ahora se duplicaran cada una de las longitudes de los lados del triángulo original: ¿se mantendrán también los ángulos?

c) Si en vez de multiplicar por una cantidad, ahora se suma 2 cm a cada una de las longitudes, al construir el triángulo ¿también se mantendrán los ángulos del primer triángulo?

Con esta actividad se espera introducir a los alumnos al tema: semejanza de triángulos. Consideramos oportuno incluirlas ya que se trata de un tema a tratar en tercer año. No se espera, a partir de estas actividades, formular criterios de semejanza pero sí se pretende, introducir la noción de semejanza de triángulos, de razón de semejanza y que lo aditivo – sumar 2 cm a cada lado del triángulo por ejemplo – no funciona a la hora de obtener triángulos que mantengan sus ángulos respectivos, es decir que sean semejantes. Realizar esta actividad posicionará mejor a los alumnos para tratar este contenido a futuro.

BIBLIOGRAFÍA

- Agrasar, M., Chemello, G., Diaz, A., con colaboración de Zyssholtz, F. (2014). Notas para la enseñanza 2: operaciones con fracciones y números decimales, propiedades de las figuras geométricas. 1 ed. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.
- Cappelletti, G. (2008). Matemática Geometría -1ra. Ed.-Buenos Aires: Ministerio de Educación-Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Hisse, M. y Záttera, O. (2005). Dirección de Educación Primaria Básica Hacia una mejor calidad de la educación rural: matemática- 2da. Ed.-La Plata: Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.
- Iquinás Volverás, C. (2017). Diseño de una situación de aprendizaje de la congruencia de triángulos para desarrollar las actividades cognitivas de visualización y razonamiento en los estudiantes de grado noveno del colegio san Gabriel Fundesia. Universidad del Valle instituto de educación y pedagogía área de educación matemática. Santiago de Cali.
- Ministerio de Educación (2012). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios: CICLO BÁSICO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA 1° Y 2° / 2° Y 3° Años nap MAMETÁTICA.
- Parra, C. y Saiz, I. (2014). Hacer Matemática en 5°. 1 ed. 2da remp. Boulogne: Estrada.
- Sessa, C. (2017). Hacer Matemática 7/1. 1 ed. Boulogne: Estrada.
- Sessa, C. (2017). Hacer Matemática ½. 1 ed. Boulogne: Estrada.

GOBIERNO PROVINCIAL

CORRIENTES

somos todos!

Ministerio de Educación

Dirección de Planeamiento e Investigación Educativa

DR. GUSTAVO VALDÉS
GOBERNADOR DE CORRIENTES

LIC. PRÁXEDES YTATÍ LÓPEZ
MINISTRA DE EDUCACIÓN

REINA a CABALLO